

LA COINTEGRATION

Rappelons que pour utiliser les MCO dans un modèle linéaire, il faut que les erreurs du modèle soient stationnaires sinon les variances des erreurs tendraient vers l'infini. Or on peut construire sans s'en rendre compte des modèles où les erreurs ne sont pas stationnaires. Pour éviter ce désastre planétaire, nous allons voir qu'il faut étudier ce que l'on va nommer la cointégration des variables en connaissant l'intégration de ces variables (donc en commençant par étudier l'intégration des variables du modèle).

But de ce chapitre: On veut construire un modèle statique (toutes les variables sont au temps t) avec des variables intégrées en essayant d'avoir une erreur stationnaire. Ce modèle, s'il existe, sera dit de long terme (LT)

On ne se posait pas cette question dans les 4 premiers chapitres de ce cours car on avait fait l'hypothèse que les erreurs étaient stationnaires. Maintenant on va pouvoir tester cette hypothèse qui est bien sur extrêmement importante, souvenons-nous qu'en cas de non stationnarité des erreurs, les MCO ne sont pas applicables car les erreurs ont des variances qui tendent vers l'infini comme t.

1 La notion de cointégration

En général une combinaison linéaire de variables intégrées d'ordre $r \geq 1$ sera aussi du même ordre $r \geq 1$.

EXEMPLE 1: dans le modèle à $l = 3$ variables intégrées Y, X, Z (l est la somme des exogènes et endogène I(1) ou I(2)) où ϵ est l'erreur du modèle.

Dans le cas où un trend et une constante sont présents il s'écrit

$$\begin{aligned} Y &= aX + bZ + ct + d + \epsilon \\ Y &= aX + bZ + U \quad \text{avec } U = ct + d + \epsilon \end{aligned}$$

Si U est I(1), comme $ct + d$ est I(0), cela implique que ϵ est I(1) et les MCO ne sont pas applicables.

Si U est I(0) alors ϵ sera aussi I(0) et les MCO seront applicables. De plus les erreurs sont sans trend car on a déjà tenu compte de celui-ci. Donc les erreurs sont I(0) sans tendance.

EXEMPLE 2: dans le modèle à $l = 3$ variables intégrées Y, X, Z (l est la somme des exogènes et endogène I(1) ou I(2)).

Si ce modèle présente une variable notée W I(0) il s'écrit

$$\begin{aligned} Y &= aX + bZ + cW + ct + d + \epsilon \\ Y &= aX + bZ + U \quad \text{avec } U = cW + ct + d + \epsilon \end{aligned}$$

Si par exemple Y, Z et X sont intégrées d'ordre 1 leur combinaison linéaire $Y - aX - bZ$ est en général également I(1), et si cette variable U est I(1) alors ϵ est également I(1) car W , le trend et la constante étant I(0) seul ϵ sera I(1). Ainsi ϵ est non stationnaire, la méthode des MCO n'est donc plus applicable. On parle alors de régression fallacieuse.

Si U est $I(0)$ alors les erreurs sont aussi $I(0)$ sans tendance car elle a déjà été prise en compte.

EXEMPLE 3 : Si les séries sont un mélange de séries $I(1)$ et $I(2)$ leur résidu est en général intégré d'ordre 2, il faudra qu'il passe à $I(0)$ pour pouvoir utiliser les MCO.

1. **DEFINITION :** Prenons le cas où toutes les l séries sont $I(d)$, ces séries sont dites cointégrées si il existe une combinaison linéaire de ces séries qui soit intégrée d'ordre inférieur à d soit $I(d-b)$ où $b > 0$

Dans notre exemple 1 si les séries Y , X et Z sont $I(d)$ il y a cointégration si la série $U = Y - aX - bZ$ est intégrée d'ordre inférieur à d .

2. REMARQUES IMPORTANTES

- (a) Si toutes les séries sont $I(2)$ et $b=1$, $I(d-b)=I(1)$ les séries sont cointégrées par définition, alors la combinaison linéaire U est $I(1)$ et donc comme on vient de le voir ϵ est aussi $I(1)$ et donc toujours non stationnaire. En conséquence le fait pour un modèle d'être cointégré ne signifie pas toujours que les MCO peuvent être appliqués. Il faut de plus que les erreurs soient $I(0)$ sans tendance.
- (b) Il est possible d'avoir un mélange de séries intégrées d'ordres différents. Prenons par exemple le cas où Y est $I(1)$, X et Z étant $I(2)$; si on peut trouver une série $U = X - cZ$ intégrée d'ordre 1 alors il est peut-être possible de trouver une relation entre les deux séries $I(1)$ Y et U qui soit $I(0)$.
- (c) Si le modèle a $l = 2$ variables $I(1)$ ou $I(2)$, dans le cas de cointégration celle-ci est unique
Si le modèle possède plus de 2 variables $I(1)$ ou $I(2)$ il peut y avoir plusieurs relations de cointégration. On montre qu'il peut y en avoir au maximum $l - 1$.
- (d) Si tous les variables sont $I(0)$ alors les erreurs sont aussi $I(0)$ et donc stationnaires si elles n'ont pas de tendance.

2 Les MCO dynamiques (MCO, DOLS)

Nous verrons par la suite que nous pouvons utiliser la cointégration dans des équations simultanées, ce qui nous conduira à considérer comme endogènes des variables qui sont ici exogènes, or nous avons vu dans les cours précédents que des variables endogènes donc aléatoires explicatives donnent des MCO biaisés. D'autre part, il peut y avoir plusieurs relations de cointégration, donc des variables oubliées. Enfin, on peut être amené à travailler sur des petits échantillons, ce qui va augmenter le biais. Pour améliorer tous ces problèmes et obtenir des estimateurs robustes, on utilise la méthode plusieurs fois déjà employée d'augmenter artificiellement le nombre de variables. Ici pour ne pas détruire la notion d'intégration on ne pourra ajouter que des variables $I(0)$. Stock et Watson dans un article d'Econometrica 61 (4) de 1993 proposent si on a des variables $I(1)$ d'ajouter leur écarts qui sont $I(0)$ pour diminuer ce biais. Ils proposent de mettre des avances et des retards, comme variables diminuant le biais.

Prenons l'exemple de variables $I(1)$ Y , X et Z , la formulation de ce qu'on appelle les MCO dynamiques est la suivante

$$Y_t = a_0 + a_1 X_t + a_2 Z_t + \sum_{i=l_0}^{-l_1} \alpha_i \Delta X_{t-i} + \sum_{i=m_0}^{-m_1} \alpha_i \Delta Z_{t-i} + \epsilon_t \text{ les bornes étant positives}$$

Le plus souvent $l_1=l_0$ et $m_1=m_0$ et parfois $l_1=m_1=0$ ce qui conduit à un modèle autorégressif. Pour connaître les l et m on utilise le critère du Min AIC d'Akaike en faisant très attention à ce que la taille d'échantillon utilisée soit toujours la même, donc en "oubliant" sur tous les modèles testés le même nombre d'avances ou de retards (voir modèles dynamiques).

Conclusion: surtout lorsque l'on sera dans les modèles à plusieurs équations ou bien ici dans le cas des petits échantillons on pourra utiliser les MCO pour réduire le biais sur les coefficients. Par la suite, on ne va pas tenir compte de cette méthode pour alléger la présentation. Si on utilise cette méthode les coefficients estimés du modèle de cointégration sont les \hat{a}_i des MCO.

3 Cas de variables I(1) et I(0) : le test de MacKinnon

Vous trouverez le test de MacKinnon et ses tables dans l'article (1991) "Critical values for cointegration test", du livre "Long-Run Economic Relationships" R. Engel and C. Granger (eds) chez Oxford University Press ou dans des ouvrages d'économétrie comme "Using Cointegration Analysis in Econometric Modelling" (1995) de Richard. HARRIS chez Prentice Hall.

3.1 Présentation du test

Soit un modèle statique

$$Y = \sum_{i=1}^{l-1} a_i X_i + \sum_{j=1}^r b_j Z_j + \epsilon$$

$$Y = \sum_{i=1}^{l-1} a_i X_i + U \text{ avec } U = \sum_{j=1}^r b_j Z_j + c$$

dans lequel les variables Y et X_i sont l variables I(1) et les Z_j sont des variables I(0) ,(les Z_j peuvent être des variables I(0) avec ou sans tendance , et/ou la tendance et une constante). **Remarquez encore que dans l on compte la variable endogène.** Dans l'exemple suivant une seule variable Z est I(0) et le modèle a un terme constant.

$$Y = \sum_{i=1}^{l-1} a_i X_i + bZ + c + \epsilon$$

$$Y = \sum_{i=1}^{l-1} a_i X_i + U \text{ avec } U = bZ + c + \epsilon$$

Si l'erreur ϵ du modèle de base est stationnaire (indiquant que les variables sont cointégrées et permettant ainsi l'utilisation des MCO) alors U qui ne contient que des variables I(0)

sera aussi I(0). Si par contre cette erreur ϵ est I(1), alors U qui ne contient que des variables I(0) et ϵ sera aussi I(1). C'est ainsi que l'on va construire le test de MacKinnon.

$H0$: U est I(1) donc ϵ est I(1) et les l variables ne sont pas cointégrées

$H1$: U est I(0) donc ϵ est I(0) et les l variables sont cointégrées

en remarquant bien que ϵ ne doit pas contenir de trend car il doit être stationnaire.

Il est évident que la variable U est inconnue car les constantes ici b et c sont inconnues.

On va donc travailler la cointégration non sur U mais sur son estimation. Pour cela

on fait les MCO sur le modèle (sans savoir si cette méthode est valable). on aura ainsi

$\hat{Y} = \sum_{i=1}^{l-1} \hat{a}_i X_i + RES1$ cette variable $RES1$ va estimer U avec

$$RES1 = \sum_{j=1}^r \hat{b}_j Z_j + residus$$

la variable *residus* estimant bien sur ϵ .

Pour tester si $RES1$ et par conséquent U possède ou non une racine unitaire MacKinnon

utilise un test identique au test A.D.F. et on construit l'équation

$$RES1_t = \rho_1 RES1_{t-1} + \rho_2 RES1_{t-2} + \dots + \rho_r RES1_{t-r} + \alpha t + \beta + v_t$$

ou

$$\Delta RES1_t = \left(\sum_{i=1}^r \rho_i - 1 \right) RES1_{t-1} + \sum_{j=1}^{r-1} \alpha_j \Delta RES1_{t-j} + \alpha t + \beta + v_t$$

comme dans le cas A.D.F. en ajoute $r - 1$ retards $\Delta RES1_{t-j}$ afin d'obtenir une erreur v qui soit un BB.

On a ajouté une tendance pour bien l'éliminer de l'erreur afin que si l'on décide I(0) pour l'erreur on soit bien sur qu'elle n'ait pas de tendance.

Le test s'écrit alors

$$H0 : \sum_{i=1}^r \rho_i = 1 \iff RES1 \text{ a 1 RU} \implies \epsilon \text{ est I(1) et il n'y a pas cointégration}$$

$$H1 : \sum_{i=1}^r \rho_i < 1 \iff RES1 \text{ n'a pas de RU} \implies \epsilon \text{ est I(0) il y a cointégration}$$

Les mêmes programmes que pour le test A.D.F. sont utilisés, seule change la lecture sur la table. En effet, MacKinnon a montré en particulier que la loi du "t de student" sous $H0$ dépend du nombre l de variables I(1) car les coefficients de ces variables sont estimés. Bien sur la loi dépend aussi du fait que l'on ait ou non un trend ou une constante, mais ici il est plus facile de répondre à cette question :

- si $RES1$ contient des variables I(0) avec trend, il faut alors tenir compte de cette présence de trend alors $\alpha \neq 0$ pour compenser le trend de ces variables et comme la constante par construction même est comprise dans $RES1$ on a aussi $\beta \neq 0$; la lecture sur la table se fait avec trend et constante en connaissant l .

- si $RES1$ contient seulement des variables $I(0)$ sans trend alors la présence de la variable trend est inutile et $\alpha = 0$; on a toujours par construction la constante dans $RES1$, il faut donc $\beta \neq 0$ pour compenser cette constante car bien sûr l'erreur ϵ ne contient pas de constante, son espérance étant nulle. La lecture sur la table se fait sans trend avec constante en connaissant l .

EN PRATIQUE:

On estime le modèle $Y = \sum_{i=1}^{l-1} a_i X_i + \sum_{j=1}^r b_j Z_j + \epsilon$ puis on calcule l'estimation de $RES1$ à l'aide des coefficients estimés et des résidus du modèle.

$$\widehat{RES1} = \sum_{j=1}^r \widehat{b}_j Z_j + \widehat{\epsilon} = \sum_{j=1}^r \widehat{b}_j Z_j + \text{résidus}$$

estimation que l'on utilise pour faire le test dans l'équation

$$\Delta \widehat{RES1}_t = \left(\sum_{i=1}^r \rho_i - 1 \right) \widehat{RES1}_{t-1} + \sum_{j=1}^{r-1} \alpha_j \Delta \widehat{RES1}_{t-j} + \alpha t + \beta + v_t$$

toujours en déterminant r pour que l'erreur v soit un BB.

Voir le détail du test dans l'exemple 1 ci-dessous.

4 Exemple 1

On va construire le modèle

$$Z3 = a_0 + a_1 Y + a_2 W + a_3 X2 + \varepsilon$$

Nous avons déjà traité la série $X2$ dans le chapitre sur les séries non stationnaires et montré que cette série est $I(0)$. Dans ce même chapitre nous avons vu que la série W est $I(1)$.

Pour savoir si les séries sont cointégrées il nous faut tout d'abord étudier l'intégration des autres séries du modèle, $Z3$ et Y .

4.1 Intégration de la série Y (méthode A.D.F.)

4.1.1 Etude de Y

Résultats du test de Dickey-Fuller

```
*****
ETUDE DE L INTEGRATION DE LA SERIE Y
***** avec tendance et constante

Linear Regression - Estimation by Least Squares
Dependent Variable dY
Usable Observations    999      Degrees of Freedom    996
Centered R**2          0.002545   R Bar **2            0.000542
Uncentered R**2        0.002546   T x R**2             2.543
Mean of Dependent Variable    0.0008481733
Std Error of Dependent Variable 1.0136841668
Standard Error of Estimate    1.0134093479
```

Sum of Squared Residuals 1022.8905124
 Regression F(2,996) 1.2707
 Significance Level of F 0.28109616
 Log Likelihood -1429.32426
 Durbin-Watson Statistic 1.910267

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. Y{1}	-0.006290354	0.004320838	-1.45582	0.14575805
2. Constant	-0.012765516	0.072805375	-0.17534	0.86085005
3. TENDANCE	0.000107900	0.000166339	0.64867	0.51669934

valeur de la statistique Q 37.16682 niveau de signif. 0.99610
 calcul de phi3 avec H0 (a,0,1) : 1.27068

****modele sans le tendance avec la constante

Linear Regression - Estimation by Least Squares
 Dependent Variable dY
 Usable Observations 999 Degrees of Freedom 997
 Centered R**2 0.002124 R Bar **2 0.001123
 Uncentered R**2 0.002124 T x R**2 2.122
 Mean of Dependent Variable 0.0008481733
 Std Error of Dependent Variable 1.0136841668
 Standard Error of Estimate 1.0131149268
 Sum of Squared Residuals 1023.3226493
 Regression F(1,997) 2.1218
 Significance Level of F 0.14552971
 Log Likelihood -1429.53523
 Durbin-Watson Statistic 1.913451

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. Y{1}	-0.004205607	0.002887191	-1.45664	0.14552971
2. Constant	0.027888224	0.037040842	0.75290	0.45168491

valeur de la statistique Q 37.16682 niveau de signif. 0.99610
 calcul de phi1 avec H0 (0,0,1) : 1.06125

***** sans tendance ni constante

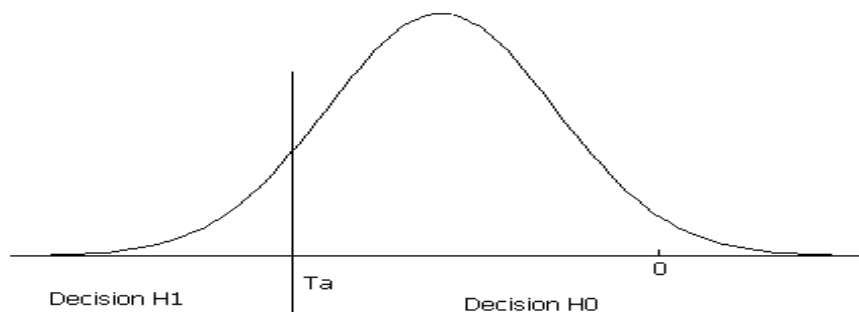
Linear Regression - Estimation by Least Squares
 Dependent Variable dY
 Usable Observations 999 Degrees of Freedom 998
 Centered R**2 0.001556 R Bar **2 0.001556
 Uncentered R**2 0.001557 T x R**2 1.555
 Mean of Dependent Variable 0.0008481733
 Std Error of Dependent Variable 1.0136841668
 Standard Error of Estimate 1.0128950557
 Sum of Squared Residuals 1023.9044811
 Log Likelihood -1429.81915
 Durbin-Watson Statistic 1.914451

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. Y{1}	-0.003116203	0.002497907	-1.24753	0.21249752

valeur de la statistique Q 38.84267 niveau de signif. 0.99287

On constate que l'on n'a pas besoin de retards sur DY. La statistique Durbin-Watson (le modèle n'est pas autorégressif) = 1.910267 il n'y a donc pas d'autocorrélation d'ordre 1. La statistique Q a un niveau de significativité de 0.99610 il n'y a donc pas d'autocorrélation d'ordre supérieur à 1. On peut donc faire le test de D.F.

Dans le modèle avec trend et constante le $T = -1.45582$, la borne $T_\alpha = -3.41$ on décide donc H_0 il y a une RU.



La valeur calculée du test $\Phi_3 = 1.27068$ et la borne du test est 6.25 on décide donc H_0 il n'y a pas de trend.

Dans le modèle avec constante sans trend le $T = -1.45664$, la borne $T_\alpha = -2.86$, on décide donc H_0 il y a une RU.

La valeur calculée du test $\Phi_1 = 1.06125$ et la borne du test est 4.59 on décide donc H_0 il n'y a pas de trend.

Dans le modèle sans trend ni constante le $T = -1.24753$, la borne $T_\alpha = -1.95$, on décide donc H_0 il y a une racine unitaire.

Conclusion Y a au moins une RU, pour savoir si elle en a deux, il faut étudier DY.

4.1.2 Etude de DY

Résultats du test de D.F.

```
*****
ETUDE DE L INTEGRATION DE LA SERIE DY
*****
***** avec tendance et constante
```

```
Linear Regression - Estimation by Least Squares
Dependent Variable dDY
Usable Observations    998      Degrees of Freedom    995
Centered R**2          0.481285    R Bar **2            0.480242
Uncentered R**2        0.481286    T x R**2             480.324
Mean of Dependent Variable 0.0024239784
Std Error of Dependent Variable 1.4043692531
Standard Error of Estimate 1.0124694878
Sum of Squared Residuals 1019.9689914
Regression F(2,995)    461.6000
Significance Level of F 0.00000000
Log Likelihood         -1426.96600
Durbin-Watson Statistic 1.995604
```

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. DY{1}	-0.961020312	0.031629022	-30.38413	0.00000000
2. Constant	0.043096968	0.064350777	0.66972	0.50319202
3. TENDANCE	-0.000080585	0.000111270	-0.72423	0.46909262

```
valeur de la statistique Q    37.95031 niveau de signific.    0.99479
calcul de phi3 avec H0 (a,0,1) :    461.60002
```

****modele sans le tendance avec la constante

Linear Regression - Estimation by Least Squares

Dependent Variable dDY

Usable Observations	998	Degrees of Freedom	996
Centered R**2	0.481011	R Bar **2	0.480490
Uncentered R**2	0.481013	T x R**2	480.051
Mean of Dependent Variable	0.0024239784		
Std Error of Dependent Variable	1.4043692531		
Standard Error of Estimate	1.0122277848		
Sum of Squared Residuals	1020.5066680		
Regression F(1,996)	923.1162		
Significance Level of F	0.00000000		
Log Likelihood	-1427.22897		
Durbin-Watson Statistic	1.995519		

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif

1. DY{1}	-0.960525987	0.031614108	-30.38283	0.00000000
2. Constant	0.002683220	0.032041512	0.08374	0.93327840

valeur de la statistique Q 37.95031 niveau de signif. 0.99479

calcul de phil avec H0 (0,0,1) : 461.56097

***** sans tendance ni constante

Linear Regression - Estimation by Least Squares

Dependent Variable dDY

Usable Observations	998	Degrees of Freedom	997
Centered R**2	0.481007	R Bar **2	0.481007
Uncentered R**2	0.481009	T x R**2	480.047
Mean of Dependent Variable	0.0024239784		
Std Error of Dependent Variable	1.4043692531		
Standard Error of Estimate	1.0117235824		
Sum of Squared Residuals	1020.5138533		
Log Likelihood	-1427.23249		
Durbin-Watson Statistic	1.995507		

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif

1. DY{1}	-0.960525282	0.031598359	-30.39795	0.00000000

valeur de la statistique Q 40.48590 niveau de signif. 0.98778

Pas d'autocorrélation dans ces modèles.

Dans le modèle avec trend et constante le $T = -30.38413$ et la borne $T\alpha = -3.41$ on décide donc très nettement H1 il n'y a pas de RU.

Conclusion : DY est I(0) et Y n'a donc qu'une RU et est I(1) sans trend ni constante.

4.2 Intégration de la série Z3

Nous donnons ici seulement les résultats et la conclusion, à vous de travailler un peu

4.2.1 Etude de Z3

ETUDE DE L INTEGRATION DE LA SERIE Z3

***** avec tendance et constante

Linear Regression - Estimation by Least Squares

Dependent Variable dZ3

Usable Observations	991	Degrees of Freedom	981
---------------------	-----	--------------------	-----

Total Observations 992 Skipped/Missing 1
 Centered R**2 0.253094 R Bar **2 0.246242
 Uncentered R**2 0.253095 T x R**2 250.818
 Mean of Dependent Variable 0.15151689
 Std Error of Dependent Variable 110.10642568
 Standard Error of Estimate 95.59357857
 Sum of Squared Residuals 8964507.7506
 Regression F(9,981) 36.9354
 Significance Level of F 0.00000000
 Log Likelihood -5920.20739
 Durbin-Watson Statistic 1.997196

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. Z3{1}	-0.014069543	0.010341903	-1.36044	0.17400309
2. Constant	0.624537935	6.781181815	0.09210	0.92663844
3. TENDANCE	0.007907949	0.015988926	0.49459	0.62100089
4. dZ3{1}	-0.547841711	0.033042450	-16.57994	0.00000000
5. dZ3{2}	-0.248523753	0.037139763	-6.69158	0.00000000
6. dZ3{3}	-0.193438394	0.037915216	-5.10187	0.00000040
7. dZ3{4}	-0.083517622	0.038209291	-2.18579	0.02906652
8. dZ3{5}	-0.043955402	0.037592366	-1.16926	0.24258129
9. dZ3{6}	-0.108016182	0.036555210	-2.95488	0.00320268
10. dZ3{7}	-0.072085832	0.031918412	-2.25844	0.02413718

valeur de la statistique de Durbin h= NA

dans le modele residu en fonction de residu{1} et des variables explicatives du
 modele on regarde le t de student de residu{1} t= -0.63652
 statistique Q(62)= 61.1966 niveau de signific. 0.5050
 stat. modifiee Q(62 - 7)= 61.1966 niveau de signific. 0.2634

calcul de phi3 avec H0 (a,0,1) : 1.23309

****modele sans le tendance avec la constante

Linear Regression - Estimation by Least Squares

Dependent Variable dZ3

Usable Observations 991 Degrees of Freedom 982
 Total Observations 992 Skipped/Missing 1
 Centered R**2 0.252908 R Bar **2 0.246822
 Uncentered R**2 0.252909 T x R**2 250.633
 Mean of Dependent Variable 0.15151689
 Std Error of Dependent Variable 110.10642568
 Standard Error of Estimate 95.55680488
 Sum of Squared Residuals 8966743.1062
 Regression F(8,982) 41.5537
 Significance Level of F 0.00000000
 Log Likelihood -5920.33093
 Durbin-Watson Statistic 1.997321

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. Z3{1}	-0.010248938	0.006873570	-1.49106	0.13626562
2. Constant	3.430763937	3.712305889	0.92416	0.35563014
3. dZ3{1}	-0.551389025	0.032242242	-17.10145	0.00000000
4. dZ3{2}	-0.251847796	0.036512551	-6.89757	0.00000000
5. dZ3{3}	-0.196669337	0.037333846	-5.26786	0.00000017
6. dZ3{4}	-0.086506658	0.037713810	-2.29377	0.02201438
7. dZ3{5}	-0.046520787	0.037218486	-1.24994	0.21162011
8. dZ3{6}	-0.110198502	0.036273975	-3.03795	0.00244492
9. dZ3{7}	-0.073451404	0.031786537	-2.31077	0.02105194

statistique Q(62)= 61.37144 niveau de signific. 0.4987
 stat. modifiee Q(62 - 7)= 61.37144 niveau de signific. 0.2583

calcul de phi1 avec H0 (0,0,1) : 1.11488

***** sans tendance ni constante

Linear Regression - Estimation by Least Squares

Dependent Variable dZ3

Usable Observations	991	Degrees of Freedom	983
Total Observations	992	Skipped/Missing	1
Centered R**2	0.252258	R Bar **2	0.246933
Uncentered R**2	0.252259	T x R**2	249.989
Mean of Dependent Variable	0.15151689		
Std Error of Dependent Variable	110.10642568		
Standard Error of Estimate	95.54971181		
Sum of Squared Residuals	8974541.7199		
Log Likelihood	-5920.76169		
Durbin-Watson Statistic	1.997402		

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif

1. Z3{1}	-0.006592147	0.005619997	-1.17298	0.24108773
2. dZ3{1}	-0.554156214	0.032100522	-17.26315	0.00000000
3. dZ3{2}	-0.254024059	0.036433829	-6.97220	0.00000000
4. dZ3{3}	-0.198564845	0.037274695	-5.32707	0.00000012
5. dZ3{4}	-0.088203300	0.037666303	-2.34170	0.01939488
6. dZ3{5}	-0.048008356	0.037180902	-1.29121	0.19693439
7. dZ3{6}	-0.111448918	0.036246042	-3.07479	0.00216469
8. dZ3{7}	-0.074198302	0.031773902	-2.33520	0.01973361

statistique Q(62)= 61.75139 niveau de signific. 0.4850
 stat. modifiee Q(62 - 7)= 61.75139 niveau de signific. 0.2476

4.2.2 Etude de la série DZ3

 ETUDE DE L INTEGRATION DE LA SERIE DZ3

 ***** avec tendance et constante

Linear Regression - Estimation by Least Squares

Dependent Variable dDZ3

Usable Observations	991	Degrees of Freedom	982
Total Observations	992	Skipped/Missing	1
Centered R**2	0.741610	R Bar **2	0.739505
Uncentered R**2	0.741610	T x R**2	734.936
Mean of Dependent Variable	0.15175694		
Std Error of Dependent Variable	187.37737386		
Standard Error of Estimate	95.63498042		
Sum of Squared Residuals	8981420.5889		
Regression F(8,982)	352.3073		
Significance Level of F	0.00000000		
Log Likelihood	-5921.14134		
Durbin-Watson Statistic	1.997702		

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif

1. DZ3{1}	-2.358158121	0.150439791	-15.67510	0.00000000
2. Constant	4.456347218	6.171238814	0.72212	0.47039538
3. TENDANCE	-0.008339528	0.010635461	-0.78412	0.43315602
4. dDZ3{1}	0.798264061	0.138603904	5.75932	0.00000001
5. dDZ3{2}	0.539077091	0.122781725	4.39053	0.00001253
6. dDZ3{3}	0.335599368	0.103963633	3.22805	0.00128768
7. dDZ3{4}	0.242905783	0.082152648	2.95676	0.00318328
8. dDZ3{5}	0.191018080	0.058649014	3.25697	0.00116465
9. dDZ3{6}	0.076266622	0.031783887	2.39954	0.01660127

valeur de la statistique de Durbin h= NA

dans le modele residu en fonction de residu{1} et des variables explicatives du modele on regarde le t de student de residu{1} t= -0.16054

statistique Q(62)= 62.2038 niveau de significativit. 0.4688
 stat. modifiee Q(62 - 6)= 62.2038 niveau de significativit. 0.2649

calcul de phi3 avec H0 (a,0,1) : 122.85689

*****modele sans le tendance avec la constante

Linear Regression - Estimation by Least Squares

Dependent Variable dDZ3

Usable Observations	991	Degrees of Freedom	983
Total Observations	992	Skipped/Missing	1
Centered R**2	0.741448	R Bar **2	0.739607
Uncentered R**2	0.741448	T x R**2	734.775
Mean of Dependent Variable	0.15175694		
Std Error of Dependent Variable	187.37737386		
Standard Error of Estimate	95.61624325		
Sum of Squared Residuals	8987044.0521		
Regression F(7,983)	402.7068		
Significance Level of F	0.00000000		
Log Likelihood	-5921.45148		
Durbin-Watson Statistic	1.997722		

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif

1. DZ3{1}	-2.351717451	0.150185960	-15.65870	0.00000000
2. Constant	0.244285733	3.037384399	0.08043	0.93591454
3. dDZ3{1}	0.792478164	0.138380236	5.72682	0.00000001
4. dDZ3{2}	0.534313214	0.122607297	4.35792	0.00001451
5. dDZ3{3}	0.332039567	0.103844114	3.19748	0.00143061
6. dDZ3{4}	0.240532267	0.082080779	2.93043	0.00346320
7. dDZ3{5}	0.189625857	0.058610647	3.23535	0.00125549
8. dDZ3{6}	0.075717307	0.031769940	2.38330	0.01734728

statistique Q(62)= 61.90703 niveau de signific. 0.4794
 stat. modifiee Q(62 - 6)= 61.90703 niveau de signific. 0.2735

calcul de phi1 avec H0 (0,0,1) : 122.59754

***** sans tendance ni constante

Linear Regression - Estimation by Least Squares

Dependent Variable dDZ3

Usable Observations	991	Degrees of Freedom	984
Total Observations	992	Skipped/Missing	1
Centered R**2	0.741447	R Bar **2	0.739870
Uncentered R**2	0.741447	T x R**2	734.774
Mean of Dependent Variable	0.15175694		
Std Error of Dependent Variable	187.37737386		
Standard Error of Estimate	95.56795984		
Sum of Squared Residuals	8987103.1892		
Log Likelihood	-5921.45474		
Durbin-Watson Statistic	1.997715		

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif

1. DZ3{1}	-2.351662584	0.150108572	-15.66641	0.00000000
2. dDZ3{1}	0.792426893	0.138308891	5.72940	0.00000001
3. dDZ3{2}	0.534270215	0.122544219	4.35982	0.00001439
4. dDZ3{3}	0.332007654	0.103790918	3.19881	0.00142404
5. dDZ3{4}	0.240509680	0.082038851	2.93166	0.00344964
6. dDZ3{5}	0.189611492	0.058580778	3.23675	0.00124935
7. dDZ3{6}	0.075710750	0.031753792	2.38431	0.01730004

statistique Q(62)= 61.90774 niveau de signific. 0.4794
 stat. modifiee Q(62 - 6)= 61.90774 niveau de signific. 0.2735

CONCLUSION : La série Z3 est I(1) sans trend ni constante.

4.3 Etude de le cointégration

Les séries Z3, Y et W sont I(1) et la série X2 est I(0), nous pouvons donc étudier la cointégration avec le test de MacKinnon.

```
Linear Regression - Estimation by Least Squares
Dependent Variable Z3
Usable Observations    1000      Degrees of Freedom    996
Centered R**2          0.977606      R Bar **2            0.977538
Uncentered R**2        0.984788      T x R**2             984.788
Mean of Dependent Variable    308.25461151
Std Error of Dependent Variable 448.81919101
Standard Error of Estimate    67.26548723
Sum of Squared Residuals      4506547.1891
Regression F(3,996)          14493.2657
Significance Level of F      0.00000000
Log Likelihood              -5625.58181
Durbin-Watson Statistic      2.013266
```

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. Constant	17.945639631	4.082110047	4.39617	0.00001220
2. Y	21.959685949	3.577024605	6.13909	0.00000000
3. W	9.034671150	1.793483425	5.03750	0.00000056
4. X2	9.420864650	0.466684385	20.18680	0.00000000

$$\begin{aligned}
 Z3 &= a_0 + a_1Y + a_2W + a_3X2 + \varepsilon \\
 Z3 - a_1Y - a_2W &= a_3X2 + a_0 + \varepsilon \\
 U &= a_3X2 + a_0 + \varepsilon
 \end{aligned}$$

On regroupe les variables I(1), on obtient $Z3 - a_1Y - a_2W$ et de l'autre coté les variables qui **DEVRAIENT** être I(0) soit $a_3X2 + a_0 + \varepsilon$. On applique le test de MacKinnon c'est-à-dire le test de Dickey-Fuller mais avec les tables de MacKinnon sur la série

$$\hat{U} = RES1 = \hat{a}_3X2 + \hat{a}_0 + \text{résidus}$$

Pour cela on fait les MCO pour récupérer \hat{a}_3, \hat{a}_0 et les résidus et on calcule $RES1 = \hat{a}_3X2 + \hat{a}_0 + \text{résidus}$.

4.3.1 Test de MacKinnon

Résultat de la procédure de D.F.

```
*****
ETUDE DE L INTEGRATION DE LA SERIE RES1
***** avec trend et constante

Linear Regression - Estimation by Least Squares
Dependent Variable dRES1
Usable Observations    997      Degrees of Freedom    992
Centered R**2          0.451730      R Bar **2            0.449519
Uncentered R**2        0.451730      T x R**2             450.375
Mean of Dependent Variable    0.07912164
Std Error of Dependent Variable 106.56981415
Standard Error of Estimate    79.06882965
Sum of Squared Residuals      6201864.7844
```

Regression F(4,992) 204.3318
 Significance Level of F 0.00000000
 Log Likelihood -5769.38321
 Durbin-Watson Statistic 1.994302

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. RES1{1}	-0.85089778	0.04971564	-17.11529	0.00000000
2. Constant	39.29693770	5.53170959	7.10394	0.00000000
3. TENDANCE	-0.01727557	0.00875842	-1.97245	0.04883533
4. dRES1{1}	-0.04997176	0.04272244	-1.16968	0.24240909
5. dRES1{2}	0.03493650	0.03176240	1.09993	0.27162822

valeur de la statistique de Durbin h= NA

dans le mod\U{e8}le residusaic en fonction de residusaic{1} et des variables explicatives du mod\U{e8}le
 on regarde le t de student de residusaic{1} t= 0.08812

statistique Q(63)= 77.47546 niveau de significativite 0.1037
 stat. modifiee Q(63 - 2)= 77.47546 niveau de significativite 0.0757

calcul de phi3 avec H0 (a,0,1) : 146.46670

****modele sans le trend avec la constante

Linear Regression - Estimation by Least Squares
 Dependent Variable dRES1
 Usable Observations 997 Degrees of Freedom 993
 Centered R**2 0.449580 R Bar **2 0.447917
 Uncentered R**2 0.449580 T x R**2 448.231
 Mean of Dependent Variable 0.07912164
 Std Error of Dependent Variable 106.56981415
 Standard Error of Estimate 79.18382860
 Sum of Squared Residuals 6226188.1601
 Regression F(3,993) 270.3586
 Significance Level of F 0.00000000
 Log Likelihood -5771.33447
 Durbin-Watson Statistic 1.994487

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. RES1{1}	-0.83965904	0.04945988	-16.97657	0.00000000
2. Constant	30.22046626	3.07447084	9.82949	0.00000000
3. dRES1{1}	-0.05734393	0.04262053	-1.34545	0.17878613
4. dRES1{2}	0.03127667	0.03175427	0.98496	0.32488398

statistique Q(63)= 75.52596 niveau de significativite 0.1339
 stat. modifiee Q(63 - 2)= 75.52596 niveau de significativite 0.0998

calcul de phi1 avec H0 (0,0,1) : 144.10199

***** sans trend ni constante

Linear Regression - Estimation by Least Squares
 Dependent Variable dRES1
 Usable Observations 997 Degrees of Freedom 994
 Centered R**2 0.396024 R Bar **2 0.394809
 Uncentered R**2 0.396024 T x R**2 394.836
 Mean of Dependent Variable 0.07912164
 Std Error of Dependent Variable 106.56981415
 Standard Error of Estimate 82.90497540
 Sum of Squared Residuals 6831995.5369
 Log Likelihood -5817.62145
 Durbin-Watson Statistic 2.011781

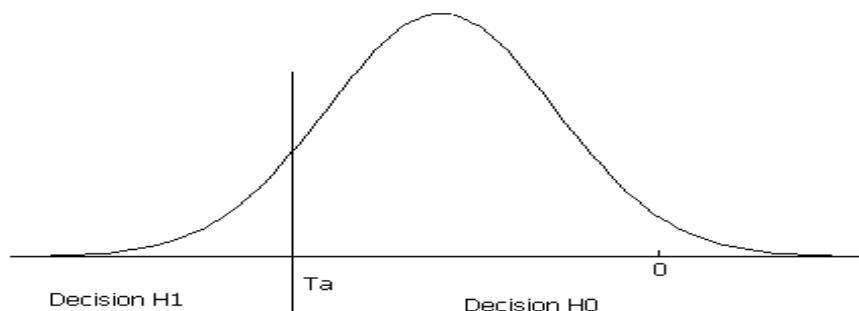
Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. RES1{1}	-0.558409668	0.042239235	-13.22017	0.00000000
2. dRES1{1}	-0.244726007	0.039910957	-6.13180	0.00000000
3. dRES1{2}	-0.063301421	0.031683513	-1.99793	0.04599643

statistique Q(63)= 111.19052 niveau de significativite 0.0002
 stat. modifiée Q(63 - 2)= 111.19052 niveau de significativite 0.0001

On vérifie qu'il n'y a pas d'autocorrélation des erreurs (bon t et Q correcte)

RESULTATS DU TEST :

Nous lisons dans les tables de MacKinnon avec l=3 variables I(1) pour un modèle avec constante et sans trend. La borne est $T\alpha = -4.2981 - 13.79/998 - 46.37/(998)^2 = -4.31$
 La valeur du T dans le modèle sans trend avec constante est $T=-16.97657$ on décide donc très nettement H1, il n'y a pas de RU.



Nous n'avons pas besoin de faire les tests Φ car comme il n'y a pas de RU les tests Classique de Student s'appliquent. Dans le modèle avec trend et constante nous constatons bien que la constante est significative alors que le trend est limite.

4.3.2 Conclusion

RES1 est I(0) sans trend donc l'erreur est aussi I(0) sans trend. La variables erreur est donc Stationnaire, la combinaison de variables I(1) est donc I(0) ces variables sont alors cointégrées.

Comme les erreurs sont stationnaires, les MCO sont applicables.

5 Cas de variables I(2), I(1) et I(0) les tables de Haldrup

(Article de Haldrup 1994 Journal of Econometrics et dans des ouvrages d'économétrie comme "Using Cointegration Analysis in Econometric Modelling" (1995) de Richard. HARRIS chez Prentice Hall.)

Comme nous l'avons déjà vu, il est possible d'avoir le cas où dans le modèle

$$Y = \sum_{i=1}^{k-1} a_i X_i + b + \epsilon$$

les variables endogène ou exogènes sont I(2) , I(1) ou I(0). Dans ce cas les tables de MacKinnon ne sont plus utilisables.

Le test se construit directement à partir du résidu $\hat{\epsilon}$ classique de l'équation et l'on étudie l'équation

$$\Delta\hat{\epsilon}_t = \left(\sum_{i=1}^r \rho_i - 1\right)\hat{\epsilon}_{t-1} + \sum_{j=1}^{r-1} \alpha_j \Delta\hat{\epsilon}_{t-j} + v_t$$

sans trend ni constante puisque l'on utilise directement le résidu du modèle. La lecture se fait sur les tables de Haldrup en fonction du nombre m_1 de variables I(1) et m_2 de variables I(2).

5.1 Exemple 2

Nous allons étudier le modèle suivant

$$Z2 = b_0 + b_1 Z1 + b_2 Y + \epsilon$$

Nous avons déjà étudié la variable Z1 dans le chapitre sur les séries non stationnaires et montré que Z1 est I(2). La variable Y vient d'être étudiée plus haut dans ce chapitre, elle est I(1). Il ne nous reste plus qu'à étudier Z2

Nous donnons ici seulement les résultats et la conclusion, à vous de travailler un peu

5.1.1 Etude de Z2

```
*****
ETUDE DE L INTEGRATION DE LA SERIE  Z2
***** avec tendance et constante
```

```
Linear Regression - Estimation by Least Squares
Dependent Variable dZ2
Usable Observations      986      Degrees of Freedom  970
Centered R**2      0.457253      R Bar **2      0.448860
Uncentered R**2    0.457258      T x R**2      450.856
Mean of Dependent Variable      0.304464070
Std Error of Dependent Variable  95.387044701
Standard Error of Estimate      70.814231888
Sum of Squared Residuals      4864215.7747
Regression F(15,970)          54.4802
Significance Level of F      0.00000000
Log Likelihood      -5591.42693
Durbin-Watson Statistic      1.994326
```

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. Z2{1}	-0.072939045	0.031544513	-2.31226	0.02097211
2. Constant	-5.597176319	5.532274656	-1.01173	0.31191877
3. TENDANCE	0.026951913	0.014199052	1.89815	0.05797311
4. dZ2{1}	-0.820056100	0.043113018	-19.02108	0.00000000
5. dZ2{2}	-0.675695892	0.050040162	-13.50307	0.00000000
6. dZ2{3}	-0.659949055	0.053913900	-12.24080	0.00000000
7. dZ2{4}	-0.555705138	0.057439153	-9.67467	0.00000000
8. dZ2{5}	-0.467447425	0.059219533	-7.89347	0.00000000
9. dZ2{6}	-0.438249756	0.059696615	-7.34128	0.00000000
10. dZ2{7}	-0.378600850	0.059640058	-6.34810	0.00000000
11. dZ2{8}	-0.323336847	0.058682325	-5.50995	0.00000005
12. dZ2{9}	-0.241989205	0.057008166	-4.24482	0.00002398
13. dZ2{10}	-0.158877543	0.053879336	-2.94877	0.00326699
14. dZ2{11}	-0.186895548	0.048597225	-3.84581	0.00012800
15. dZ2{12}	-0.144026307	0.042554063	-3.38455	0.00074151

16. dZ2{13} -0.063881760 0.031900500 -2.00253 0.04550553

valeur de la statistique de Durbin h= NA

dans le modele residu en fonction de residu{1} et des variables explicatives du modele on regarde le t de student de residu{1} t= 0.56181
statistique Q(62)= 49.0065 niveau de signific. 0.8847
stat. modifiee Q(62 - 13) 49.0065 niveau de signific. 0.4729

calcul de phi3 avec H0 (a,0,1) : 2.67395

****modele sans le tendance avec la constante

Linear Regression - Estimation by Least Squares

Dependent Variable dZ2

Usable Observations 986 Degrees of Freedom 971
Centered R**2 0.455237 R Bar **2 0.447382
Uncentered R**2 0.455242 T x R**2 448.869
Mean of Dependent Variable 0.304464070
Std Error of Dependent Variable 95.387044701
Standard Error of Estimate 70.909084556
Sum of Squared Residuals 4882283.4226
Regression F(14,971) 57.9589
Significance Level of F 0.00000000
Log Likelihood -5593.25474
Durbin-Watson Statistic 1.994780

Table with 5 columns: Variable, Coeff, Std Error, T-Stat, Signif. Rows 1-15 showing regression coefficients for variables Z2{1} through dZ2{13}.

statistique Q(62)= 50.67420 niveau de signific. 0.8475
stat. modifiee Q(62 - 13)= 50.67420 niveau de signific. 0.4073

calcul de phi1 avec H0 (0,0,1) : 1.04176

***** sans tendance ni constante

Linear Regression - Estimation by Least Squares

Dependent Variable dZ2

Usable Observations 986 Degrees of Freedom 972
Centered R**2 0.454364 R Bar **2 0.447066
Uncentered R**2 0.454369 T x R**2 448.008
Mean of Dependent Variable 0.304464070
Std Error of Dependent Variable 95.387044701
Standard Error of Estimate 70.929351103
Sum of Squared Residuals 4890105.6081
Log Likelihood -5594.04397
Durbin-Watson Statistic 1.994675

Table with 5 columns: Variable, Coeff, Std Error, T-Stat, Signif. Rows 1-3 showing regression coefficients for variables Z2{1}, dZ2{1}, and dZ2{2}.

4. dZ2{3}	-0.706541149	0.049658083	-14.22812	0.00000000
5. dZ2{4}	-0.597508760	0.054264759	-11.01099	0.00000000
6. dZ2{5}	-0.504429618	0.056845867	-8.87364	0.00000000
7. dZ2{6}	-0.470717995	0.057910451	-8.12838	0.00000000
8. dZ2{7}	-0.406599449	0.058330229	-6.97065	0.00000000
9. dZ2{8}	-0.347032913	0.057746394	-6.00960	0.00000000
10. dZ2{9}	-0.261639012	0.056369594	-4.64149	0.00000393
11. dZ2{10}	-0.174758586	0.053460574	-3.26892	0.00111744
12. dZ2{11}	-0.199053403	0.048346342	-4.11724	0.00004160
13. dZ2{12}	-0.152314889	0.042446965	-3.58836	0.00034937
14. dZ2{13}	-0.068066911	0.031892068	-2.13429	0.03306876

statistique Q(62)= 51.87789 niveau de signific. 0.8167
stat. modifiée Q(62 - 13)= 51.87789 niveau de signific. 0.3623

5.1.2 Etude de la série DZ2

ETUDE DE L INTEGRATION DE LA SERIE DZ2

***** avec tendance et constante

Linear Regression - Estimation by Least Squares
Dependent Variable dDZ2
Usable Observations 986 Degrees of Freedom 971
Centered R**2 0.820728 R Bar **2 0.818143
Uncentered R**2 0.820728 T x R**2 809.238
Mean of Dependent Variable 0.28528351
Std Error of Dependent Variable 166.42766653
Standard Error of Estimate 70.97254957
Sum of Squared Residuals 4891026.8109
Regression F(14,971) 317.5248
Significance Level of F 0.00000000
Log Likelihood -5594.13683
Durbin-Watson Statistic 1.994906

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. DZ2{1}	-6.580954723	0.458419738	-14.35574	0.00000000
2. Constant	1.472177491	4.621028916	0.31858	0.75011188
3. TENDANCE	-0.000291649	0.007941858	-0.03672	0.97071336
4. dDZ2{1}	4.693889247	0.445661239	10.53242	0.00000000
5. dDZ2{2}	3.956902163	0.423942120	9.33359	0.00000000
6. dDZ2{3}	3.240997976	0.396039761	8.18352	0.00000000
7. dDZ2{4}	2.634460323	0.361753108	7.28248	0.00000000
8. dDZ2{5}	2.121436319	0.323146858	6.56493	0.00000000
9. dDZ2{6}	1.642701840	0.281915138	5.82694	0.00000001
10. dDZ2{7}	1.228672124	0.238861761	5.14386	0.00000033
11. dDZ2{8}	0.874864852	0.195019860	4.48603	0.00000812
12. dDZ2{9}	0.607267051	0.150628142	4.03156	0.00005975
13. dDZ2{10}	0.427519899	0.107270152	3.98545	0.00007239
14. dDZ2{11}	0.224560306	0.067853477	3.30949	0.00096904
15. dDZ2{12}	0.069481350	0.031879560	2.17950	0.02953459

valeur de la statistique de Durbin h= NA

dans le modele residu en fonction de residu{1} et des variables explicatives du
modele on regarde le t de student de residu{1} t= 0.13665
statistique Q(62)= 52.2996 niveau de signific. 0.8052
stat. modifiée Q(62 - 12) 52.2996 niveau de signific. 0.3848

calcul de phi3 avec H0 (a,0,1) : 103.06319

****modele sans le tendance avec la constante

Linear Regression - Estimation by Least Squares
Dependent Variable dDZ2

```

Usable Observations    986      Degrees of Freedom    972
Centered R**2         0.820728      R Bar **2    0.818330
Uncentered R**2      0.820728      T x R**2    809.238
Mean of Dependent Variable    0.28528351
Std Error of Dependent Variable 166.42766653
Standard Error of Estimate    70.93608092
Sum of Squared Residuals    4891033.6038
Regression F(13,972)        342.3013
Significance Level of F      0.00000000
Log Likelihood          -5594.13752
Durbin-Watson Statistic    1.994903

```

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. DZ2{1}	-6.581143495	0.458155376	-14.36444	0.00000000
2. Constant	1.324204490	2.261051638	0.58566	0.55824086
3. dDZ2{1}	4.694078323	0.445402513	10.53896	0.00000000
4. dDZ2{2}	3.957092753	0.423692528	9.33954	0.00000000
5. dDZ2{3}	3.241186861	0.395802875	8.18889	0.00000000
6. dDZ2{4}	2.634643376	0.361532897	7.28742	0.00000000
7. dDZ2{5}	2.121603812	0.322948639	6.56948	0.00000000
8. dDZ2{6}	1.642846813	0.281742651	5.83102	0.00000001
9. dDZ2{7}	1.228791733	0.238716828	5.14749	0.00000032
10. dDZ2{8}	0.874958241	0.194903077	4.48920	0.00000801
11. dDZ2{9}	0.607332812	0.150540104	4.03436	0.00005905
12. dDZ2{10}	0.427560798	0.107209254	3.98810	0.00007160
13. dDZ2{11}	0.224581379	0.067816186	3.31162	0.00096174
14. dDZ2{12}	0.069488240	0.031862627	2.18087	0.02943218

```

statistique Q( 62 )=          52.30399 niveau de signific.    0.8051
stat. modifiee Q( 62 - 12 )= 52.30399 niveau de signific.    0.3846

```

calcul de phil avec H0 (0,0,1) : 103.16859

***** sans tendance ni constante

Linear Regression - Estimation by Least Squares

```

Dependent Variable dDZ2
Usable Observations    986      Degrees of Freedom    973
Centered R**2         0.820664      R Bar **2    0.818453
Uncentered R**2      0.820665      T x R**2    809.176
Mean of Dependent Variable    0.28528351
Std Error of Dependent Variable 166.42766653
Standard Error of Estimate    70.91212760
Sum of Squared Residuals    4892759.5353
Log Likelihood          -5594.31145
Durbin-Watson Statistic    1.994804

```

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. DZ2{1}	-6.569968716	0.457603305	-14.35735	0.00000000
2. dDZ2{1}	4.683198114	0.444864635	10.52724	0.00000000
3. dDZ2{2}	3.946785438	0.423183895	9.32641	0.00000000
4. dDZ2{3}	3.231677300	0.395336135	8.17451	0.00000000
5. dDZ2{4}	2.626131070	0.361118633	7.27221	0.00000000
6. dDZ2{5}	2.114201194	0.322592222	6.55379	0.00000000
7. dDZ2{6}	1.636589410	0.281444920	5.81495	0.00000001
8. dDZ2{7}	1.223736629	0.238480173	5.13140	0.00000035
9. dDZ2{8}	0.871128249	0.194727557	4.47357	0.00000860
10. dDZ2{9}	0.604646356	0.150419392	4.01974	0.00006276
11. dDZ2{10}	0.425866300	0.107134016	3.97508	0.00007556
12. dDZ2{11}	0.223683938	0.067775977	3.30034	0.00100075
13. dDZ2{12}	0.069179652	0.031847512	2.17222	0.03008029

```

statistique Q( 62 )=          52.28171 niveau de signific.    0.8057
stat. modifiee Q( 62 - 12 )= 52.28171 niveau de signific.    0.3854

```

CONCLUSION : La série Z2 est I(1) sans trend ni constante.

```

Linear Regression - Estimation by Least Squares
Dependent Variable Z2
Usable Observations    1000      Degrees of Freedom    997
Centered R**2          0.781578      R Bar **2            0.781140
Uncentered R**2        0.845942      T x R**2             845.942
Mean of Dependent Variable      92.83398891
Std Error of Dependent Variable 143.69658820
Standard Error of Estimate      67.22479767
Sum of Squared Residuals        4505615.9014
Regression F(2,997)              1783.7825
Significance Level of F          0.00000000
Log Likelihood                  -5625.47847
Durbin-Watson Statistic         2.010804

```

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. Constant	15.655366226	2.487804889	6.29284	0.00000000
2. Y	8.242149416	0.235077556	35.06141	0.00000000
3. Z1	0.009306671	0.000487799	19.07890	0.00000000

5.1.3 Etude de la cointégration des séries Z2,Y et Z1

Nous avons 2 séries I(1) et une série I(2). Le test se fait toujours avec le test de Dickey-Fuller mais en lisant sur les tables de Haldrup et en étudiant l'intégration directe des résidus.

On construit donc les MCO sur le modèle $Z2 = b_0 + b_1Z1 + b_2Y + \epsilon$ et on récupère les résidus notés RES

```

*****
ETUDE DE L INTEGRATION DE LA SERIE RES
*****
***** avec tendance et constante

```

```

Linear Regression - Estimation by Least Squares
Dependent Variable dRES
Usable Observations    997      Degrees of Freedom    992
Centered R**2          0.506132      R Bar **2            0.504141
Uncentered R**2        0.506132      T x R**2             504.614
Mean of Dependent Variable      0.051088185
Std Error of Dependent Variable 95.363506727
Standard Error of Estimate      67.152380773
Sum of Squared Residuals        4473366.7055
Regression F(4,992)              254.1586
Significance Level of F          0.00000000
Log Likelihood                  -5606.51891
Durbin-Watson Statistic         1.992075

```

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. RES{1}	-1.043072155	0.054612656	-19.09946	0.00000000
2. Constant	5.026925659	4.284163415	1.17337	0.24092754
3. TENDANCE	-0.010038483	0.007408603	-1.35498	0.17573354
4. dRES{1}	0.037729110	0.044989122	0.83863	0.40188047
5. dRES{2}	0.066236706	0.031707306	2.08900	0.03696170

valeur de la statistique de Durbin h= NA

dans le modele residu en fonction de residu{1} et des variables explicatives du modele on regarde le t de student de residu{1} t= 0.15563
statistique Q(63)= 70.4722 niveau de signific. 0.2420
stat. modifiée Q(63 - 2)= 70.4722 niveau de signific. 0.1904

calcul de phi3 avec H0 (a,0,1) : 182.39483

****modele sans le tendance avec la constante

Linear Regression - Estimation by Least Squares

Dependent Variable dRES

Usable Observations 997 Degrees of Freedom 993

Centered R**2 0.505218 R Bar **2 0.503723

Uncentered R**2 0.505218 T x R**2 503.703

Mean of Dependent Variable 0.051088185

Std Error of Dependent Variable 95.363506727

Standard Error of Estimate 67.180641080

Sum of Squared Residuals 4481645.8661

Regression F(3,993) 337.9817

Significance Level of F 0.00000000

Log Likelihood -5607.44067

Durbin-Watson Statistic 1.992146

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. RES{1}	-1.037749816	0.054494137	-19.04333	0.00000000
2. Constant	-0.012245371	2.127634282	-0.00576	0.99540904
3. dRES{1}	0.034209601	0.044932978	0.76135	0.44663043
4. dRES{2}	0.064531167	0.031695645	2.03596	0.04201905

statistique Q(63)= 71.85794 niveau de signific. 0.2079

stat. modifiee Q(63 - 2)= 71.85794 niveau de signific. 0.1612

calcul de phil avec H0 (0,0,1) : 181.32423

***** sans tendance ni constante

Linear Regression - Estimation by Least Squares

Dependent Variable dRES

Usable Observations 997 Degrees of Freedom 994

Centered R**2 0.505218 R Bar **2 0.504223

Uncentered R**2 0.505218 T x R**2 503.703

Mean of Dependent Variable 0.051088185

Std Error of Dependent Variable 95.363506727

Standard Error of Estimate 67.146840617

Sum of Squared Residuals 4481646.0156

Log Likelihood -5607.44068

Durbin-Watson Statistic 1.992146

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. RES{1}	-1.037749602	0.054466707	-19.05292	0.00000000
2. dRES{1}	0.034209572	0.044910371	0.76173	0.44640191
3. dRES{2}	0.064531274	0.031679693	2.03699	0.04191539

statistique Q(63)= 71.85794 niveau de signific. 0.2079

stat. modifiee Q(63 - 2)= 71.85794 niveau de signific. 0.1612

RESULTAT DU TEST

On vérifie qu'il n'y a pas d'autocorrélation des erreurs.

Nous regardons seulement le résultat du modèle sans tendance ni constante le $T=-19.05292$.

Dans le table de Haldrup nous trouvons pour $m1=2$ variables $I(1)$ et $m2=1$ variable $I(2)$ la valeur de la borne $T\alpha = -4.15$. On en déduit donc très nettement $H1$ il n'y a pas de RU. Les résidus sont donc stationnaires et les 3 variables sont cointégrées.

Remarques :

- Comme nous l'avons dit dans la théorie, cette relation de cointégration est unique.
- Nous avons ainsi construit une équation dite de long terme (statique)

