

REVISIONS MODELE DYNAMIQUE

Nous allons reprendre l'étude de la consommation des ménages aux USA et construire un modèle dynamique

$$CM_t = \sum_{i=1}^I a_i CM_{t-i} + \sum_{j=0}^J b_j RD_{t-j} + \sum_{k=0}^K c_k TCHO_{t-k} + \sum_{l=0}^L d_l SP_{t-l} + \sum_{m=0}^M e_m INF_{t-m} + cte + \epsilon_t$$

1 Choix des retards I, J, K, L et M

Le logiciel Rats avec la procédure retards.src donne les minima des différents critères classiques AIC, AICc, BIC et ϕ . Pour chaque critère les deux résultats correspondent aux deux plus petites valeurs du critère.

CRITERES AVEC DES RETARDS SUR L ENDOGENE ET 4 VARIABLE(S) EXOGENE(S)

on donne les deux meilleurs résultats pour chaque critère

avec le retard max de schwert = int(12*(n/100)**.25) = 13

ATTENTION NE PRENDRE CE RETARD MAX QUE SI n EST GRAND

| | | | | | | |
|------|--------|----------------|--------|----------|--------|---------|
| AIC | 5.5728 | retards sur CM | sur RD | sur TCHO | sur SP | sur INF |
| | | 4 | 1 | 2 | 2 | 0 |
| AIC | 5.5737 | retards sur CM | sur RD | sur TCHO | sur SP | sur INF |
| | | 4 | 1 | 2 | 3 | 0 |
| AICc | 6.6026 | retards sur CM | sur RD | sur TCHO | sur SP | sur INF |
| | | 4 | 1 | 2 | 2 | 0 |
| AICc | 6.6037 | retards sur CM | sur RD | sur TCHO | sur SP | sur INF |
| | | 4 | 1 | 2 | 1 | 0 |
| BIC | 5.7692 | retards sur CM | sur RD | sur TCHO | sur SP | sur INF |
| | | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| BIC | 5.7838 | retards sur CM | sur RD | sur TCHO | sur SP | sur INF |
| | | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| HQ | 5.6710 | retards sur CM | sur RD | sur TCHO | sur SP | sur INF |
| | | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| HQ | 5.6731 | retards sur CM | sur RD | sur TCHO | sur SP | sur INF |
| | | 4 | 1 | 1 | 1 | 0 |

Le minimum pour le critère AIC ou AICc donnent le même résultat car l'échantillon est de taille moyenne. On constate que BIC et HQ donnent des résultats avec moins de variables car les contraintes sont plus élevées.

Commençons par étudier le résultat avec AICc puis on étudiera avec BIC.

2 Etude avec le critère AICc

```

Linear Regression - Estimation by Least Squares
Dependent Variable CM
Quarterly Data From 1955:01 To 2000:04
Usable Observations    184      Degrees of Freedom    170
Centered R**2          0.999891    R Bar **2            0.999882
Uncentered R**2        0.999983    T x R**2             183.997
Mean of Dependent Variable      3199.4326087
Std Error of Dependent Variable 1394.5165320
Standard Error of Estimate      15.1237002
Sum of Squared Residuals        38883.472440
Regression F(13,170)           119671.7100
Significance Level of F         0.00000000
Log Likelihood                -753.59646
Durbin-Watson Statistic        2.044643

```

| Variable | Coeff | Std Error | T-Stat | Signif |
|-------------|--------------|-------------|----------|------------|
| 1. Constant | 7.0468111 | 5.9836329 | 1.17768 | 0.24056983 |
| 2. CM{1} | 0.7987386 | 0.0753479 | 10.60068 | 0.00000000 |
| 3. CM{2} | 0.2345175 | 0.0921031 | 2.54625 | 0.01177668 |
| 4. CM{3} | -0.0094741 | 0.0891094 | -0.10632 | 0.91545347 |
| 5. CM{4} | -0.1509839 | 0.0593249 | -2.54503 | 0.01181627 |
| 6. RD | 0.2316962 | 0.0397853 | 5.82367 | 0.00000003 |
| 7. RD{1} | -0.1205267 | 0.0439962 | -2.73948 | 0.00681031 |
| 8. TCHO | -21.8969915 | 4.5146188 | -4.85024 | 0.00000277 |
| 9. TCHO{1} | 31.0799647 | 7.7126317 | 4.02975 | 0.00008408 |
| 10. TCHO{2} | -7.8213673 | 4.7383549 | -1.65065 | 0.10065623 |
| 11. SP | 0.2217103 | 0.0583261 | 3.80122 | 0.00020039 |
| 12. SP{1} | -0.0521280 | 0.1035238 | -0.50354 | 0.61523933 |
| 13. SP{2} | -0.1230042 | 0.0771438 | -1.59448 | 0.11268593 |
| 14. INF | -555.5851114 | 214.8460921 | -2.58597 | 0.01054840 |

Le modèle est un modèle dynamique avec 4 retards sur la variable endogène, les MCO sont donc biaisés. On va donc essayer de voir si les MCO sont asymptotiquement biaisés ou non. Pour cela on va effectuer le test d'autocorrélation d'ordre 1 des erreurs.

2.1 Test H de Durbin

Sous l'hypothèse de non autocorrélation d'ordre 1 la statistique H suit asymptotiquement une loi Normale.

$$H \simeq \frac{1 - \frac{DW}{2}}{\sqrt{\frac{1}{n} - \widehat{Var}(\hat{a}_1)}} = \frac{1 - 2.044}{\sqrt{\frac{1}{184} - (0.075348)^2}}$$

L'expression sous la racine étant négative, la statistique H ne peut être calculée. On va donc remplacer ce test par celui de Goldfrey et Breusch

2.2 test de Goldfrey et Breusch

On effectue les MCO sur le modèle et on récupère les résidus e_t , puis on construit l'équation:

$$e_t = \rho e_{t-1} + \text{toutes les variables explicatives du modèle de base} \\ \text{y compris les retards sur l'endogène sauf la constante}$$

et on effectue simplement le test de Student (ici avec la loi Normale car on est toujours dans le cadre des grands échantillons) sur le coefficient $\hat{\rho}$ du retard sur le résidu. Dans notre exemple on note les résidus RESAUTOCOR du modèle ci-dessus

```
Linear Regression - Estimation by Least Squares
Dependent Variable RESAUTOCOR
Quarterly Data From 1955:02 To 2000:04
Usable Observations      183      Degrees of Freedom   168
Centered R**2            0.004548      R Bar **2          -0.078406
Uncentered R**2         0.004550      T x R**2           0.833
Mean of Dependent Variable      -0.02024481
Std Error of Dependent Variable  14.61402155
Standard Error of Estimate      15.17612786
Sum of Squared Residuals        38692.895926
Regression F(14,168)              0.0548
Significance Level of F            0.99999978
Log Likelihood                    -749.54990
Durbin-Watson Statistic           1.992167
```

| Variable | Coeff | Std Error | T-Stat | Signif |
|------------------|------------|-------------|----------|------------|
| ***** | | | | |
| 1. RESAUTOCOR{1} | -0.1945311 | 0.2224914 | -0.87433 | 0.38318623 |
| 2. Constant | -2.8007752 | 6.7617681 | -0.41421 | 0.67925049 |
| 3. CM{1} | 0.1724449 | 0.2105162 | 0.81915 | 0.41385967 |
| 4. CM{2} | -0.1322124 | 0.1775229 | -0.74476 | 0.45745611 |
| 5. CM{3} | -0.0237017 | 0.0932389 | -0.25420 | 0.79964903 |
| 6. CM{4} | 0.0145713 | 0.0619920 | 0.23505 | 0.81445474 |
| 7. RD | 0.0022902 | 0.0400115 | 0.05724 | 0.95442342 |
| 8. RD{1} | -0.0294769 | 0.0554555 | -0.53154 | 0.59574558 |
| 9. TCHO | 0.8782664 | 4.6320280 | 0.18961 | 0.84984574 |
| 10. TCHO{1} | 3.1092644 | 8.4965331 | 0.36595 | 0.71486646 |
| 11. TCHO{2} | -4.1028273 | 6.5963961 | -0.62198 | 0.53479812 |
| 12. SP | -0.0018065 | 0.0585626 | -0.03085 | 0.97542854 |
| 13. SP{1} | -0.0424475 | 0.1147897 | -0.36978 | 0.71200847 |
| 14. SP{2} | 0.0311118 | 0.0852798 | 0.36482 | 0.71570467 |
| 15. INF | 91.7916206 | 239.4487133 | 0.38335 | 0.70194815 |

dans le modèle res en fonction de res{1} et des variables explicatives du modèle on regarde le t de student de res{1} : $t = -0.87433$ est compris entre -1.96 et 1.96, on décide donc la non autocorrélation des erreurs.

On aurait aussi pu tester si le nR^2 (non centré) suit asymptotiquement une loi du χ_1^2 à un degré de liberté:

$nR^2 = 0.833$ et la borne à 5% du χ_1^2 est de 3.84 on décide donc très nettement H_0 il n'y a pas d'autocorrélation des erreurs du modèle de base

Par conséquent les MCO sont asyptotiquement sans biais, on peut donc utiliser les MCO.

3 Etude avec le critère du BIC

Le critère du BIC propose un seul retard sur toutes les variables sauf INF

```
Linear Regression - Estimation by Least Squares
Dependent Variable CM
Quarterly Data From 1955:01 To 2000:04
Usable Observations      184      Degrees of Freedom   175
Centered R**2            0.999881      R Bar **2           0.999876
Uncentered R**2         0.999981      T x R**2           183.997
Mean of Dependent Variable      3199.4326087
Std Error of Dependent Variable 1394.5165320
```

| | |
|----------------------------|--------------|
| Standard Error of Estimate | 15.5574188 |
| Sum of Squared Residuals | 42355.824168 |
| Regression F(8,175) | 183772.9796 |
| Significance Level of F | 0.00000000 |
| Log Likelihood | -761.46583 |
| Durbin-Watson Statistic | 2.121760 |

| Variable | Coeff | Std Error | T-Stat | Signif |
|-------------|--------------|-------------|----------|------------|
| ***** | | | | |
| 1. Constant | 10.1288184 | 5.9491998 | 1.70255 | 0.09042757 |
| 2. CM{1} | 0.8691273 | 0.0344567 | 25.22377 | 0.00000000 |
| 3. RD | 0.2436373 | 0.0399418 | 6.09981 | 0.00000001 |
| 4. RD{1} | -0.1286122 | 0.0445171 | -2.88905 | 0.00435268 |
| 5. TCHO | -19.7872272 | 3.5478945 | -5.57717 | 0.00000009 |
| 6. TCHO{1} | 21.0667422 | 3.5369288 | 5.95622 | 0.00000001 |
| 7. SP | 0.2521031 | 0.0583503 | 4.32051 | 0.00002604 |
| 8. SP{1} | -0.1946041 | 0.0594779 | -3.27187 | 0.00128705 |
| 9. INF | -623.5380044 | 219.5552611 | -2.84000 | 0.00504603 |

Le modèle proposé est autorégressif donc les MCO sont biaisés. Pour savoir s'ils sont ou non asymptotiquement biaisés il faut voir si nous avons autocorrélation des erreurs.

Calcul de la statistique H de Durbin

$$H \simeq \frac{1 - \frac{DW}{2}}{\sqrt{\frac{1}{n} - \widehat{Var}(\hat{a}_1)}} = \frac{1 - 2.12}{\sqrt{\frac{1}{184} - (0.03445)^2}} = -0.934$$

la statistique étant dans l'intervalle -1.96, +1.96 nous en déduisons la non autocorrélation des erreurs du modèle. les MCO sont donc asymptotiquement sans biais, on peut donc les garder.

4 Conclusion

Dans les deux modèles les MCO sont asymptotiquement sans biais. Le S du modèle AICc est meilleur (vérifier que la taille de l'échantillon est bien la même dans les deux modèles) 15.12 contre 15.55 dans le modèle BIC ce qui est normal car des variables non prises dans le modèle BIC sont significatives dans le modèle AICc.

Personnellement, je prendrais le modèle AICc car la présence de CM_{t-4} indique une importance de la variable décalée d'une année, ce qui peut avoir un intérêt économique.