

CORRIGES des EXERCICES du CHAPITRE IV

On fera, à partir de maintenant, une étude plus rapide des tests, sans reprendre en particulier les graphiques (Reportez-vous aux corrigés du chapitre III).

1 Corrigé de l'exercice IV-1

- 1) Dans le cadre des modèles autorégressifs il est important de garder à l'idée que les coefficients estimés sont toujours biaisés. Ils sont asymptotiquement sans biais si les erreurs sont non autocorrélées et asymptotiquement biaisés si les erreurs sont autocorrélées.
- 2) voilà pourquoi il est impératif de travailler avec de grands échantillons pour diminuer les biais.
- 3) Si la statistique H n'est pas calculable, on utilise le test des résidus de Goldfrey et Breusch test asymptotique. Dans le cas où $\widehat{Var}(\hat{a}_1) > \frac{1}{n}$ on remplace le test de Durbin par le test suivant : On effectue les MCO sur le modèle autorégressif et on récupère les résidus e_t , puis on construit l'équation:

$$e_t = \rho e_{t-1} + \text{toutes les variables explicatives du modèle de base} \\ \text{y compris les retards sur l'endogène sauf la constante}$$

et on effectue simplement le test de Student (ici avec la loi Normale car on est toujours dans le cadre des grands échantillons) sur le coefficient $\hat{\rho}$ du retard sur le résidu ou si on veut être plus précis le test du nR^2 (non centré car on n'a pas de terme constant) qui suit sous l'hypothèse H_0 un χ_1^2 .

2 Corrigé de l'exercice IV-2

Le premier modèle est un modèle dans lequel les variables explicatives sont l'exogène et un retard sur l'exogène. C'est donc un modèle à retards échelonnés. Les MCO sont applicables, mais il peut y avoir des problèmes de colinéarité entre les variables explicatives qui perturbent la valeur des coefficients et leur t de student (voir cours dans le dernier chapitre), les MCO sont sans biais mais les variances peuvent être très grandes.

Le DW de 1,50 est dans la zone d'incertitude 1,46 1,63 on ne peut donc pas prendre de décision.

Le second modèle est un modèle dans lequel on utilise comme variable exogène la variable endogène décalée d'une période. C'est donc un modèle autorégressif, les MCO sont biaisés, ici la taille de l'échantillon est moyenne, il va rester du biais dans les coefficients estimés. Pour savoir si les coefficients restent asymptotiquement biaisés il faut regarder si les erreurs sont autocorrélées, pour cela on calcule la statistique H de Durbin.

$$H = \frac{1 - 2,15/2}{\sqrt{1/50 - (\frac{0,26}{4,16})^2}} = -0,6$$

La statistique H est dans l'intervalle $-1,96 +1,96$ on décide donc H_0 pas d'autocorrélation des erreurs d'ordre 1. Le niveau de significativité de la statistique Q est très nettement supérieur à 0,05 on décide donc H_0 il n'y a pas d'autocorrélation d'ordre supérieur à 1. Les MCO sont donc asymptotiquement sans biais.

CONCLUSION

Le s du second modèle est meilleur que le premier, de plus il n'a pas d'autocorrélation des erreurs, on garde donc le second modèle.

3 Corrigé de l'exercice IV-3

3.1 Comparaison des modèles 1 et 2

Le modèle 1

La statistique de $DW=1.34$ est inférieure à la borne $d_L = 1,56$ il y a donc de l'autocorrélation des erreurs d'ordre 1. La statistique Q a un niveau de significativité $0,1479 > 0,05$ on décide donc H_0 non autocorrélation d'ordre supérieur à 1.

La Skewness a un niveau de significativité de $0,001 < 0,05$ on décide donc H_1 la skewness n'est pas nulle, les erreurs ne suivent donc pas une loi Normale.

Le modèle 2

On ajoute la variable muette au premier trimestre 1982.

La statistique de $DW= 1,53$ est juste égale à la borne $d_L=1,53$, il y a donc de l'autocorrélation d'ordre 1. La statistique Q a un niveau de significativité $0,43 > 0,05$ on décide donc la non autocorrélation d'ordre supérieur à 1 des erreurs.

La skewness a un niveau de significativité de $0,74 > 0,05$ on décide donc H_0 la skewness est nulle.

La Kurtosis = $3,045$ a un niveau de significativité de $0,938 > 0,05$ on décide donc H_0 la Kurtosis est égale à 3. L'ensemble de ces deux derniers résultats indique que l'on accepte au risque 0,05 la normalité des erreurs. Vous constatez ici l'influence d'un point aberrant sur les tests de normalité des erreurs.

Conclusion :

Les deux modèles ont de l'autocorrélation d'ordre 1 mais le second modèle est meilleur car les erreurs suivent une loi Normale.

Le $s=0,392$ du modèle 2 est inférieur au $s=0,449$ du modèle 1, on garde donc le modèle 2.

3.2 Comparaison des modèles 2 et 3

Le modèle 3

On recherche le meilleur modèle autorégressif en regardant les divers critères de sélection des retards. Tous les critères conduisent à prendre 3 retards. S'ils n'avaient pas été d'accord on aurait pris comme critère le min d'AIC ou d'AICc étant donné la taille moyenne de l'échantillon.

Le modèle 3 est donc un modèle autorégressif avec 3 retards sur la variable endogène.

La taille d'échantillon est raisonnable. Les MCO sont biaisés.

Calcul de la statistique H de Durbin

$$H = \frac{1 - 1,944/2}{\sqrt{1/78 - (0,0937)^2}} = 0,44$$

H étant dans l'intervalle $-1,96 +1,96$ on décide donc H_0 il n'y a pas d'autocorrélation d'ordre 1

La statistique Q qui a 17-3 degrés de liberté (3 de moins car il y a 3 retards sur la variable endogène) a un niveau de significativité de $0,095 > 0,05$ mais un peu limite.

On décide la non autocorrélation des erreurs, les MCO sont biaisés mais asymptotiquement sans biais.

Conclusion

Le modèle 3 n'a plus d'autocorrélation. On peut le comparer au modèle 2 car il est calculé sur le même échantillon de taille 78 (faire attention à cela dans le cadre des modèles avec des retards, il faut laisser un peu du début d'échantillon non utilisé pour pouvoir introduire des retards). Le $s=0,297$ du modèle 3 est plus petit que le $s=0,392$ du modèle 2 on va donc préférer le modèle 3.

3.3 Comparaison des modèles 3 et 4

Le modèle 4

On prend comme critère celui d'AICc car la taille de l'échantillon est relativement faible (on aurait pu prendre AIC aussi avec donc plus de retards), le min AICc est de $-1,32$ pour 2 retards sur TW et 3 sur le SMIC et aucun retard sur les autres variables.

On obtient ainsi le modèle 4.

Ce modèle est à la fois autorégressif et à retards échelonnés. Il est donc biaisé.

Regardons l'autocorrélation d'ordre 1, pour cela on calcule la statistique H de Durbin

$$H = \frac{1 - 1,779/2}{\sqrt{1/78 - (0,0936)^2}} = 1,73$$

Elle est comprise dans l'intervalle $-1,96 +1,96$ on décide donc H_0 il n'y a pas d'autocorrélation d'ordre 1

La statistique Q a un niveau de significativité de $0,29 > 0,05$ on décide donc pas d'autocorrélation d'ordre supérieur à 1. Comme il n'y a pas d'autocorrélation des erreurs les MCO sont asymptotiquement sans biais.

Conclusion

Les deux modèles sont non autocorrélés, le $s=0,2798$ du modèle 4 est inférieur au $s=0,297$ du modèle 3 SUR LE MEME ECHANTILLON on décide donc de garder le modèle 4.