

REVISIONS

Nous allons reprendre sous un autre angle l'exemple vu plusieurs fois, portant sur la consommation des ménages aux Etats-Unis

Variable endogène : CM la consommation des ménages en volume

Variables exogènes ou explicatives (supposées connues non aléatoires):

RD le revenu disponible des ménages en volume

TCHO le taux de chômage

SP un indicateur de richesse des ménages en volume

INF le taux de croissance de l'indice des prix à la consommation

1 Quel modèle choisir ?

Commençons par construire le modèle avec les deux premières variables explicatives

MODELE 1

```
Linear Regression - Estimation by Least Squares
Dependent Variable CM
Quarterly Data From 1955:01 To 2000:04
Usable Observations 184      Degrees of Freedom 181
Centered R**2 0.997975      R Bar **2 0.997953
Uncentered R**2 0.999678      T x R**2 183.941
Mean of Dependent Variable 3199.4326087
Std Error of Dependent Variable 1394.5165320
Standard Error of Estimate 63.0929005
Sum of Squared Residuals 720509.25091
Regression F(2,181) 44609.4917
Significance Level of F 0.00000000
Log Likelihood -1022.18025
Durbin-Watson Statistic 0.220617

      Variable          Coeff      Std Error      T-Stat      Signif
*****                                 *****
1. Constant 79.85556861 20.66386106 3.86450 0.00015497
2. RD 0.92964724 0.00313014 296.99848 0.00000000
3. TCHO -33.80647732 3.14416003 -10.75215 0.00000000
```

Puis intégrons les deux dernières:

MODELE 2

```
Linear Regression - Estimation by Least Squares
Dependent Variable CM
Quarterly Data From 1955:01 To 2000:04
Usable Observations 184      Degrees of Freedom 179
Centered R**2 0.999360      R Bar **2 0.999346
Uncentered R**2 0.999898      T x R**2 183.981
Mean of Dependent Variable 3199.4326087
Std Error of Dependent Variable 1394.5165320
Standard Error of Estimate 35.6670535
Sum of Squared Residuals 227712.82831
Regression F(4,179) 69891.7616
Significance Level of F 0.00000000
Log Likelihood -916.20793
Durbin-Watson Statistic 0.548403

      Variable          Coeff      Std Error      T-Stat      Signif
*****                                 *****
1. Constant 78.773545 11.847804 6.64879 0.00000000
```

2. RD	0.873899	0.003907	223.65346	0.00000000
3. TCHO	-10.047432	2.176373	-4.61659	0.00000742
4. SP	0.298527	0.018802	15.87746	0.00000000
5. INF	-1781.517057	469.057938	-3.79807	0.00019957

Ces deux modèles ont la même variable endogène CM et le même échantillon, on peut donc les comparer. On utilise pour cela comme on l'a vu dans le cours sur les MCO, le critère de minimisation du s.

Dans le modèle 1 le $s=63.0929005$ et dans le second $s= 35.6670535$. le second est donc très nettement meilleur que le premier.

2 Etude du second modèle

2.1 Les points aberrants

Nous avons vu dans le chapitre sur les résidus que vous devez en premier voir si des points aberrants ne viennent pas troubler la valeur des coefficients, les résidus bien sur et donc perturber comme on l'a vu les tests classiques. Votre logiciel vous donnera l'intervalle de confiance des résidus et les points sortant de cet intervalle sont des points aberrants.

Liste donnée par Rats

1984:04	-1.96000	-2.42612	1.96000
1985:02	-1.96000	-1.96608	1.96000
1987:02	-1.96000	2.04509	1.96000
1994:01	-1.96000	2.60808	1.96000
1995:02	-1.96000	2.16963	1.96000
1996:02	-1.96000	2.34334	1.96000
1998:02	-1.96000	-2.21258	1.96000

Nous allons corriger seulement les deux plus importants: le quatrième trimestre de 1984 et le premier de 1994 en mettant une variable muette (cours sur les résidus) pour ces deux points. Le modèle devient:

MODELE 3

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif

1. Constant	78.464022	11.498382	6.82392	0.00000000
2. RD	0.873700	0.003821	228.67564	0.00000000
3. TCHO	-9.940763	2.109699	-4.71193	0.00000495
4. SP	0.298194	0.018337	16.26204	0.00000000

5.	INF	-1734.085833	458.540684	-3.78175	0.00021279
6.	DU1984_4	-86.436372	34.925101	-2.47491	0.01426841
7.	DU1994_1	93.707480	35.019672	2.67585	0.00815362

2.2 Normalité des erreurs

Résultats:

Skewness	-0.219452	Signif Level (Sk=0)	0.228064
Kurtosis (excess)	0.173167	Signif Level (Ku=0)	0.638070
Jarque-Bera	1.706785	Signif Level (JB=0)	0.425967

2.2.1 Test de skewness

$$H_{01} : \mu_3 = 0 \Rightarrow \alpha_3 = 0$$

$$H_{11} : \mu_3 \neq 0 \Rightarrow \alpha_3 \neq 0$$

sous l'hypothèse H_0 l'estimateur $\widehat{\alpha}_3$ de α_3 suit asymptotiquement une loi $N(0, 3!/n)$ où $(3!=6)$, sa variable centrée et réduite t

$$t = \sqrt{n/6}(\widehat{\alpha}_3) \text{ suit asymptotiquement une } N(0,1)$$

si $-1.96 < t_{estimation} < 1.96$ on décide H_{01} sinon H_{11} .

Ici $\widehat{\alpha}_3 = -0.219452$ donc $\sqrt{n/6}(\widehat{\alpha}_3) = -1.21$ compris entre -1.96 et 1.96 on décide donc H_{01} la loi est bien symétrique.

On peut dire aussi avec le niveau de significativité $0.228 > 5\%$ que l'on décide H_{01}

2.2.2 Test de Kurtosis

$$H_{02} : \mu_4 = 3\sigma^4 \Rightarrow \alpha_4 = 3$$

$$H_{12} : \mu_4 \neq 3\sigma^4 \Rightarrow \alpha_4 \neq 3$$

sous l'hypothèse H_0 l'estimateur $\widehat{\alpha}_4$ de α_4 suit asymptotiquement une loi $N(3, 4!/n)$ où $(4!=24)$

$$t = \sqrt{n/24}(\widehat{\alpha}_4 - 3) \text{ suit asymptotiquement une } N(0,1)$$

si $-1.96 < t_{estimation} < 1.96$ on décide H_{02} sinon H_{12}

Ici Rats nous donne l'**excès** de kurtosis estimé soit $\widehat{\alpha}_4 - 3 = 0.173167$ donc $\sqrt{n/24}(\widehat{\alpha}_4 - 3) = 0.48$ compris entre -1.96 et 1.96 on décide donc H_{02} on admet une kurtosis égale à 3.

On peut dire aussi plus rapidement que le niveau de significativité est 0.638 très nettement $> 5\%$ donc on accepte H_{02}

CONCLUSION: les deux conditions sont réunies pour que l'on décide la loi Normale pour les erreurs.

2.2.3 Test global de Jarque et Berra

$$H_0 : \mu_3 = 0 \text{ et } \mu_4 = 3\sigma^4$$

H_1 : l'une au moins de ces deux propriétés n'est pas vérifiée

sous l'hypothèse H_0 vraie la variable aléatoire S somme des carrés des deux précédents résultats centrés réduits suit donc la loi du χ^2 à deux degrés de liberté.

$$S = \frac{n}{6} \widehat{\alpha}_3^2 + \frac{n}{24} (\widehat{\alpha}_4 - 3)^2$$

Si $S_{estimation}$ est inférieur à la borne du χ^2_2 on décide H_0 sinon on décide H_1 .

Ici $S_{estimation} = 1.70678 <$ à la borne du $\chi^2_2 = 5.99$ on décide donc H_0 la loi est admise comme normale au risque 5%.

On peut dire aussi que le niveau de significativité = 0.425967 > 5% on décide donc H_0 .

2.3 Tests de Student

Comme nous sommes dans le cadre d'une loi Normale, Nous pouvons étudier les tests de Student sur les coefficients.

$$H_0 : a_i = 0$$

$$H_1 : a_i \neq 0$$

$$\text{Si } H_0 \text{ vraie alors } \frac{\widehat{a}_i - 0}{s\sqrt{h_{ii}}} = T_{n-k}$$

$\widehat{a}_i/s\sqrt{h_{ii}}$ est le rapport du coefficient estimé par son écart-type estimé soit la T-Stat qui est donnée directement par les logiciels.

Ici pour le coefficient du RD $\widehat{a}_i/s\sqrt{h_{ii}} = 228.67564$ avec un Niveau de significativité de 0.00 < 5% on décide donc H_1 le coefficient du RD est $\neq 0$ donc la variable RD est intéressante dans le modèle. Il en est de même pour toutes les autres variables qui ont un N. de S. < 5% Elles sont toutes intéressantes.

2.4 test d'hétéroscédasticité

On va utiliser le test de White:

Test de l'hypothèse H_0 : tous les coefficients nuls sauf la constante α_0

contre $H_1 : V(\epsilon_t) = \sigma^2(\alpha_0 + \alpha_1 RD + \alpha_2 SP + \alpha_3 TCHO + \alpha_4 INF + \text{leurs carrés et leurs produits 2 à 2})$

On construit la régression des résidus² en fonction des variables explicatives, leurs carrés et leurs produits 2 à 2 (sauf les variables muettes qui ne peuvent être responsables de l'hétéroscédasticité)

Linear Regression - Estimation by Least Squares
 Dependent Variable RES^2
 Quarterly Data From 1955:01 To 2000:04
 Usable Observations 184 Degrees of Freedom 169
 Centered R**2 0.243041 R Bar **2 0.180335
 Uncentered R**2 0.484414 T x R**2 89.132
 Mean of Dependent Variable 1149.5456072
 Std Error of Dependent Variable 1684.6775448
 Standard Error of Estimate 1525.2288776
 Sum of Squared Residuals 393148608.80
 Regression F(14,169) 3.8759
 Significance Level of F 0.00001015
 Log Likelihood -1601.96284
 Durbin-Watson Statistic 1.610078

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif

1. Constant	-1588.748165	2753.356285	-0.57702	0.56469219
2. RD	-0.978205	2.414492	-0.40514	0.68588763
3. TCHO	625.025326	594.123425	1.05201	0.29429565
4. SP	2.202579	26.256224	0.08389	0.93324486
5. INF	212088.717342	174365.2369	1.21635	0.22554869
6. RD^2	-0.000534	0.000346	-1.54464	0.12430426
7. TCHO^2	-125.009148	66.592594	-1.87722	0.06221081
8. SP^2	-0.018055	0.008005	-2.25542	0.02539002
9. INF^2	-2736705.724	3111742.3557	-0.87948	0.38039154
10. RD*TCHO	0.602891	0.316084	1.90738	0.05816765
11. RD*SP	0.007677	0.004241	1.81046	0.07200030
12. RD*INF	2.913711	52.108274	0.05592	0.95547440
13. TCHO*SP	-3.777624	2.741284	-1.37805	0.17000992
14. TCHO*INF	-22634.759950	24574.71430	-0.92106	0.35833259
15. SP*INF	-183.973220	319.457732	-0.57589	0.56545413

Sous l'hypothèse H_0 le nR^2 suit asymptotiquement une loi du χ^2_{14} à 14 degrés de liberté (correspondant à tous les coefficients qui doivent être nuls sous H_0)

Ici $nR^2 = 184 * 0.243041 = 44.719$ (ATTENTION le R^2 est le centré, celui qui correspond à un modèle avec terme constant car on à toujours un terme constant dans cette régression $\alpha_0 \neq 0$)

La borne du χ^2_{14} étant 23.68 On décide très nettement H_1 , il y a hétéroscédasticité des erreurs, leurs variances ne sont pas égales.

2.5 Test d'autocorrélation des Erreurs

2.5.1 Test d'autocorrélation d'ordre 1:

Reprendons les résultats du modèle 3. La statistique de $DW=0.620913$ indique une forte autocorrélation des erreurs car elle est proche de 0, mais comme n est grand, nous allons passer au test de Goldfrey et Breusch (voir page 12 du cours) en étudiant les résidus calculés dans le modèle 3 en fonction des résidus décalés d'une période et des variables explicatives du modèle (hors les variables muettes).

```
lin cm start end res
# constant rd tcho sp inf du1984_4 du1994_1
lin res start end
# res {1} rd tcho sp inf
```

Dependent Variable RES
Quarterly Data From 1955:01 To 2000:04

Usable Observations	183	Degrees of Freedom	178	
Total Observations	184	Skipped/Missing	1	
Centered R**2	0.475930	R Bar **2	0.464153	
Uncentered R**2	0.475940	T x R**2	87.097	
Mean of Dependent Variable		-0.14889211		
Std Error of Dependent Variable		34.03052297		
Standard Error of Estimate		24.91087649		
Sum of Squared Residuals		110458.21464		
Log Likelihood		-845.53169		
Durbin-Watson Statistic		2.124403		
Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
*****	*****	*****	*****	*****
1. RES{1}	0.6897924	0.0542550	12.71390	0.00000000
2. RD	-0.0013959	0.0027242	-0.51240	0.60900885
3. TCHO	0.3605721	1.1130997	0.32394	0.74636745
4. SP	0.0053000	0.0130798	0.40521	0.68581206
5. INF	170.0030341	323.5694458	0.52540	0.59995977

Sous l'hypothèse H_0 de non autocorrélation des erreurs (coefficient des erreurs en t-1 nul) la statistique nR^2 suit asymptotiquement un χ^2_1 à un degré de liberté. La valeur $nR^2 = 183 * .47594 = 87.097$ (remarquons que le R^2 est celui non centré car nous n'avons pas de terme constant dans cette équation). Cette valeur est très nettement supérieure à la borne du $\chi^2_1 = 3.84$ on décide donc très nettement qu'il y a une forte autocorrélation d'ordre 1

2.5.2 Autocorrélation d'ordre supérieur à 1

On regarde les résultats fournis par Rats dans le modèle 3 pour la statistique Q de Ljung-Box

Ljung-Box Q-Statistics
 $Q(27-0) = 313.2067$. Significance Level 0.00000000

Le niveau de significativité étant $0.000 < 5\%$ on en déduit H_1 il y a une forte autocorrélation des erreurs entre 1 et 27 retards.

CONCLUSION : le modèle présente une forte autocorrélation des erreurs.

2.6 Test de Chow

Nous sommes dans le cas où les erreurs sont hétérosclélastiques. Comme nous l'avons vu dans le cours sur le test de Chow, Toyoda a indiqué qu'il fallait être loin de la borne du test pour prendre une décision. Voyons ici ce que donne ce test qui n'est donc pas construit avec les bonnes hypothèses.

Remarque : en général on ne met pas les points aberrants dans le modèle pour faire le test de Chow pour le cas où ces points seraient des points de rupture.

2.6.1 Test de Chow sur toute la période:

On cherche le résultat de Fisher maximum:

sous-periodes utilisees 1955:01 1992:04 1993:01 2000:04
 $F(5,174) = 15.82617$ with Significance Level 0.00000000

```
*****
sous-periodes utilisees 1955:01 1993:01 1993:02 2000:04
F(5,174)= 15.76482 with Significance Level 0.00000000
*****
sous-periodes utilisees 1955:01 1993:02 1993:03 2000:04
F(5,174)= 17.10010 with Significance Level 0.00000000
*****
sous-periodes utilisees 1955:01 1993:03 1993:04 2000:04
F(5,174)= 16.40164 with Significance Level 0.00000000
*****
sous-periodes utilisees 1955:01 1993:04 1994:01 2000:04
F(5,174)= 18.18742 with Significance Level 0.00000000
*****
sous-periodes utilisees 1955:01 1994:01 1994:02 2000:04
F(5,174)= 15.17501 with Significance Level 0.00000000
*****
sous-periodes utilisees 1955:01 1994:02 1994:03 2000:04
F(5,174)= 13.89140 with Significance Level 0.00000000
```

Le Fisher max = 18.18 a un niveau de significativité nul, on a donc instabilité du modèle (ATTENTION il y a toujours un Fisher Max pour qu'il y ait point de rupture il faut qu'il soit dans la zone de décision H₁)

Le point de rupture est en 1994:1, ce premier trimestre 1994 qui était considéré comme point aberrant est en fait un point de rupture. Voilà pourquoi, lorsque l'on fait le test de Chow il ne faut pas mettre les points aberrants trouvés avant.

On partage donc l'échantillon en deux parties, avant 1994:1 et à partir de 1994:1

Linear Regression - Estimation by Least Squares
 Dependent Variable CM
 Quarterly Data From 1955:01 To 1993:04
 Usable Observations 156 Degrees of Freedom 151
 Centered R**2 0.999242 R Bar **2 0.999222
 Uncentered R**2 0.999904 T x R**2 155.985
 Mean of Dependent Variable 2785.5538462
 Std Error of Dependent Variable 1061.8034460
 Standard Error of Estimate 29.6192037
 Sum of Squared Residuals 132471.88159
 Regression F(4,151) 49760.4001
 Significance Level of F 0.00000000
 Log Likelihood -747.40745
 Durbin-Watson Statistic 0.665580

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. Constant	85.5851047	10.0903244	8.48190	0.00000000
2. RD	0.8516491	0.0068673	124.01544	0.00000000
3. TCHO	-6.3399878	1.9505799	-3.25031	0.00142145
4. SP	0.4557828	0.0674538	6.75696	0.00000000
5. INF	-324.0667879	523.0936743	-0.61952	0.53650777

Linear Regression - Estimation by Least Squares
 Dependent Variable CM
 Quarterly Data From 1994:01 To 2000:04
 Usable Observations 28 Degrees of Freedom 23
 Centered R**2 0.996907 R Bar **2 0.996369

Uncentered R**2	0.999980	T x R**2	27.999
Mean of Dependent Variable	5505.3285714		
Std Error of Dependent Variable	452.2440089		
Standard Error of Estimate	27.2514220		
Sum of Squared Residuals	17080.719980		
Regression F(4,23)	1853.2144		
Significance Level of F	0.00000000		
Log Likelihood	-129.51929		
Durbin-Watson Statistic	1.233118		

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
*****	*****	*****	*****	*****
1. Constant	640.704306	523.871882	1.22302	0.23370715
2. RD	0.724949	0.080570	8.99773	0.00000001
3. TCHO	21.373350	30.239994	0.70679	0.48679600
4. SP	0.439456	0.083321	5.27427	0.00002369
5. INF	10296.738177	3125.954626	3.29395	0.00317612

On constate que les coefficients ont beaucoup changé dans les deux sous-périodes. La seconde est hélas trop petite pour que l'on puisse utiliser ses résultats n=28. Il est difficile d'interpréter économiquement ses résultats.

2.6.2 Test de Chow sur la première sous-partie

Il est impossible de partager l'échantillon 1994:1 2000:4 la taille de l'échantillon étant trop faible, nous allons voir ce qui se passe dans la première sous-partie.

```
*****
sous-periodes utilisees 1955:01 1974:03 1974:04 1993:04
F(5,146)= 9.67480 with Significance Level 0.00000005
*****
sous-periodes utilisees 1955:01 1974:04 1975:01 1993:04
F(5,146)= 11.23816 with Significance Level 0.00000000
*****
sous-periodes utilisees 1955:01 1975:01 1975:02 1993:04
F(5,146)= 10.84491 with Significance Level 0.00000001
*****
sous-periodes utilisees 1955:01 1975:02 1975:03 1993:04
F(5,146)= 12.71706 with Significance Level 0.00000000
*****
sous-periodes utilisees 1955:01 1975:03 1975:04 1993:04
F(5,146)= 12.27261 with Significance Level 0.00000000
*****
sous-periodes utilisees 1955:01 1975:04 1976:01 1993:04
F(5,146)= 11.99478 with Significance Level 0.00000000
*****
sous-periodes utilisees 1955:01 1976:01 1976:02 1993:04
F(5,146)= 12.00115 with Significance Level 0.00000000
*****
sous-periodes utilisees 1955:01 1976:02 1976:03 1993:04
F(5,146)= 12.43738 with Significance Level 0.00000000
*****
sous-periodes utilisees 1955:01 1976:03 1976:04 1993:04
```

$F(5,146) = 12.15184$ with Significance Level 0.00000000

On constate un fisher max = 12.717 correspondant à un niveau de significativité de 0.00, on décide donc H_1 il y a un point de rupture au troisième trimestre 1975.

Linear Regression - Estimation by Least Squares
 Dependent Variable CM
 Quarterly Data From 1955:01 To 1975:02
 Usable Observations 82 Degrees of Freedom 77
 Centered R**2 0.998712 R Bar **2 0.998645
 Uncentered R**2 0.999930 T x R**2 81.994
 Mean of Dependent Variable 1921.9768293
 Std Error of Dependent Variable 463.8249857
 Standard Error of Estimate 17.0706626
 Sum of Squared Residuals 22438.379214
 Regression F(4,77) 14930.4525
 Significance Level of F 0.00000000
 Log Likelihood -346.43712
 Durbin-Watson Statistic 1.001617

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. Constant	109.3649947	12.0441190	9.08036	0.00000000
2. RD	0.8277107	0.0139156	59.48077	0.00000000
3. TCHO	-4.2300131	2.0410294	-2.07249	0.04156662
4. SP	0.6290160	0.2658229	2.36630	0.02048179
5. INF	-412.1906340	628.0017459	-0.65635	0.51355395

Linear Regression - Estimation by Least Squares
 Dependent Variable CM
 Quarterly Data From 1975:03 To 1993:04
 Usable Observations 74 Degrees of Freedom 69
 Centered R**2 0.997541 R Bar **2 0.997399
 Uncentered R**2 0.999934 T x R**2 73.995
 Mean of Dependent Variable 3742.4905405
 Std Error of Dependent Variable 623.8269197
 Standard Error of Estimate 31.8154428
 Sum of Squared Residuals 69843.345705
 Regression F(4,69) 6999.1631
 Significance Level of F 0.00000000
 Log Likelihood -358.44942
 Durbin-Watson Statistic 0.797192

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. Constant	492.412949	87.311957	5.63970	0.00000035
2. RD	0.773101	0.020522	37.67253	0.00000000
3. TCHO	-22.204119	3.704683	-5.99353	0.00000008
4. SP	0.740583	0.108898	6.80068	0.00000000
5. INF	-1849.940319	907.902875	-2.03760	0.04542686

On constate que les coefficients sont assez différents. Le chômage par exemple joue un rôle plus important dans la seconde partie après 1975.

Le second point aberrant trouvé n'est pas un point de rupture. Il n'est maintenant même plus un point aberrant. En effet :

Linear Regression - Estimation by Least Squares
 Dependent Variable CM
 Quarterly Data From 1975:03 To 1993:04
 Usable Observations 74 Degrees of Freedom 68
 Centered R**2 0.997644 R Bar **2 0.997471
 Uncentered R**2 0.999937 T x R**2 73.995
 Mean of Dependent Variable 3742.4905405
 Std Error of Dependent Variable 623.8269197

Standard Error of Estimate	31.3728288			
Sum of Squared Residuals	66929.298379			
Regression F(5,68)	5759.0300			
Significance Level of F	0.00000000			
Log Likelihood	-356.87255			
Durbin-Watson Statistic	0.883087			
Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
*****	*****	*****	*****	*****
1. Constant	481.051995	86.350083	5.57095	0.00000047
2. RD	0.778744	0.020500	37.98723	0.00000000
3. TCHO	-22.271556	3.653354	-6.09620	0.00000006
4. SP	0.700002	0.109943	6.36697	0.00000002
5. INF	-2047.519416	902.606058	-2.26845	0.02648072
6. DU1984_4	-56.120992	32.616002	-1.72066	0.08986055

Vous constatez que son coefficient n'est pas significativement différent de 0 car le niveau de significativité est $0.0989 > 5\%$.

La vie est bien dure ! Des points considérés comme aberrants au départ, ne le sont plus à la fin. L'instabilité constatée de cette étude est la cause de tous ces problèmes. C'est un peu normal car nous avons pris une grande période dont celle d'après guerre qui n'a rien à voir économiquement avec la fin du siècle.

3 Conclusion

Ce modèle n'est pas bon, pratiquement tous les tests indiquent que nous ne sommes pas dans le cadre des hypothèses des MCO. Ces MCO ne sont donc pas applicables. Nous nous trouverons souvent dans ce cas dans le cadre des modèles statiques. Pour régler un grand nombre des problèmes nous allons abandonner les modèles statiques au profits des modèles dynamiques (chapitre 4).